Contr ANAlyse SMPC S1 11.00

NOM: Prénom: N° d'Apogée: N° de table:

Université Cadi Ayyad — Année universitaire 2015- 2016

Faculté des Sciences Semlalia Marrakech — Département de Mathématiques

Contrôle d'Analyse SMPC – S1 en S2 -16

Juin 2016 - (Durée : 2 heures)

Ce contrôle est composé d'un questionnaire à choix multiple (QCM) de 10 questions et de deux exercices. Dans le QCM, on **cochera la** bonne réponse **sans aucune justification.**

QCM (10 points)

Question 1: Laquelle des suites suivantes est strictement croissante ?

$u_n=3+\frac{(-1)^n}{n}$	$u_n=3-\frac{1}{n}$	$u_n=\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}$	$u_n=3+\frac{1}{\sqrt{n}}$

Question 2: Soit $(u_n)_{n\geq 1}$ la suite définie par $u_n=\frac{1+2+2^2+2^3+...+2^n}{2^n}$. Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=$

$+\infty$	0	2	4

Question 3: Soit $(u_n)_n$ la suite définie par $u_0=0$ et $u_{n+1}=\frac{u_n+2}{3u_n+4}$. Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=$

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{33}}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{33}}{6}$

Question 4: Soit f définie par $f(x)=\sqrt{\frac{3x+2}{-2x+5}}$. L'ensemble de définition de f est :

$\left[\frac{-2}{3};\frac{5}{2}\right[$	$\left]-\infty;\frac{5}{2}\right[\cup\left]\frac{5}{2};+\infty\right[$	$\left]-\infty;\frac{-2}{3}\right]\cup\left]\frac{5}{2};+\infty\right[$	$\left]\frac{-2}{3};\frac{5}{2}\right]$

Exercice 2 : Soit f la fonction définie sur IR par: $f(x)=1+\frac{x^2}{4}$ et soit $(u_n)_n$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases} u_0\in[0;2] \\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$.

1°) Vérifier que f est strictement croissante sur $[0;2]$ et que $f(x)-x\geq 0$.

....

....

....

....

....

2°) Montrer que $\forall n\in IN \quad 0\leq u_n\leq 2$.

....

....

....

....

....

3°) Montrer que $(u_n)_n$ est strictement monotone.

....

....

....

....

4°) Montrer que $(u_n)_n$ est convergente et donner sa limite en justifiant.

....

....

....

....

Question 5: Soit f définie par $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin^2 x}{x} & \text{si } x<0 \\ ax+b & \text{si } 0\leq x\leq 2 \\ 2a\sin\left(\dfrac{\pi}{4}x\right) & \text{si } x>2 \end{cases}$. f est continue sur IR pour :

$a\in IR$ et $b=0$	$a\in IR$ et $b=1$	$a=0$ et $b\in IR$	$a=1$ et $b\in IR$

Question 6: Soit f définie par $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } 0\leq x\leq 1 \\ ax^2+bx+1 & \text{si } x>1 \end{cases}$. f est dérivable sur $]0;+\infty[$ pour :

$a=\frac{1}{2}$ et $b=\frac{-1}{2}$	$a=\frac{-1}{2}$ et $b=\frac{1}{2}$	$a=\frac{1}{2}$ et $b=\frac{1}{2}$	$a=\frac{-1}{2}$ et $b=\frac{-1}{2}$

Question 7: Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x)=Ln\left(\sqrt{1+x}\right)$. Alors

f n'est pas concave sur $]-1;+\infty[$	f n'est ni convexe ni concave sur $]-1;+\infty[$	f est concave sur $]-1;+\infty[$	f est convexe sur $]-1;+\infty[$

Question 8: La partie régulière du développement limité à l'ordre 2 au voisinage de $x_0=2$ de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=Ln(3x)$ est

$\ln 6-\frac{(x-2)}{2}-\frac{(x-2)^2}{8}$	$\ln 6-\frac{(x-2)}{2}+\frac{(x-2)^2}{8}$	$\ln 6+\frac{(x-2)}{2}+\frac{(x-2)^2}{8}$	$\ln 6+\frac{(x-2)}{2}-\frac{(x-2)^2}{8}$

Question 9: Le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de $+\infty$ de la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{1+x+x^4}$ est :

$x^2+\frac{1}{2x}-\frac{1}{2x^2}+o\left(\frac{1}{x^3}\right)$	$x^2-\frac{1}{2x}-\frac{1}{2x^2}+o\left(\frac{1}{x^3}\right)$	$x^2+\frac{1}{2x}+\frac{1}{2x^2}+o\left(\frac{1}{x^3}\right)$	$x^2-\frac{1}{2x}+\frac{1}{2x^2}+o\left(\frac{1}{x^3}\right)$

Question 10: Le développement limité à l'ordre 2 au point $x_0=\frac{\pi}{2}$ de $f:x\mapsto f(x)=e^{\cos x}$ est :

$1-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{1}{8}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2+o\left(\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2\right)$	$1+\left(x-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{1}{8}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2+o\left(\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2\right)$	$1+\left(x-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2+o\left(\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2\right)$	$1-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2+o\left(\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2\right)$

Exercice 1 :

1°) Ecrire le développement limité de $x\mapsto\frac{1}{1+x}$ et de $x\mapsto e^x$ à l'ordre 3 au voisinage de 0.

....

....

2°) En déduire le développement limité de $\frac{1}{1+e^x}$ à l'ordre 3 au voisinage de 0.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3°) Soit $f(x)=\frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}$. En utilisant 2°), déterminer l'équation réduite de l'asymptote oblique D à la courbe C_f de f au voisinage de $+\infty$.

....

....

....

....

....

....

4°) Etudier la position relative de C_f et D.

....

Université Cadi-Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Mathématiques

MODULE ANALYSE I
FILIÈRE SMPC
2015-2016

-1-

Nom :	Prénom :	Note
Numéro de table :	Numéro apogée :	

Contrôle de Rattrapage   Durée 2Heures

Exercice 1 Cocher la bonne (une seule) réponse.

(Q_1) Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + ... + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{n^2+k}}$$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n =$$

1 pt

0	1	$+\infty$	$\frac{1}{2}$
	×		

(Q_2) Soit (v_n) la suite convergente définie par :

$$v_0 = 1 \quad et \quad v_{n+1} = \frac{2v_n + 3}{v_n + 2}$$

$$\lim_{n\to+\infty} v_n =$$

1 pt

0	4	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$
		×	

(Q_3) Soit (w_n) la suite Géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$ et de premier terme $w_0 = 2$, alors :

$$\lim_{n\to+\infty} (w_0 + w_1 + ... + w_n) =$$

1 pt

$\frac{2}{3}$	6	2	$+\infty$
	×		

(Q_4) Soit f la fonction définie par $f(x) = ln(\frac{x+1}{x-1})$, le domaine de définition de f est :

1 pt

$\mathbb{R} \setminus \{1\}$	$]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$	$]1,+\infty[$	$]-\infty,-1]\cup]1,+\infty[$
	×		

(Q_5) La fonction définie par $g(x) = ln^2(x) - (x-2)$ est convexe sur l'intervalle :

1 pt

$]0,2e]$	$]0,+\infty[$	$[e,+\infty[$	$]0,e]$
			×

(Q_6) Soit h la fonction définie par $h(x) = (a+5)x^3 - (a^2+3a+2)x^2 + 1$. Le point $A(0,1)$ est un Minimum de la fonction h, pour a appartenant à :

1 pt

$]-\infty,-1[$	$]-2,+\infty[$	$]-2,-1[$	$\mathbb{R}\setminus[-2,-1]$
		×	

(Q_7)

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-x\sin(x)-\cos(x)}{(e^x-1)^2} =$$

1 pt

$\frac{1}{4}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2
	×		

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(t) = ln(t)$.

(i) Montrer que, pour tout $x > 0$, il existe $c \in]x, x+1[$ tel que :

$$\frac{1}{x+1} < f(x+1) - f(x) < \frac{1}{x}$$

(ii) En déduire que les fonctions g et h définies par :

$$g(x) = (1+\frac{1}{x})^x, \quad et \quad h(x) = (1+\frac{1}{x})^{1+x}$$

sont strictement monotones.

(iii) Calculer :

$$\lim_{x\to 0^+} g(x) \quad et \quad \lim_{x\to+\infty} g(x)$$

(iv) L'équation $g(x) = 2$ admet-t-elle, dans $]0,+\infty[$:

Une solution unique? Exactement deux solutions? Une infinite de solutions?

Justifier votre réponse.

Réponse 2

(i) En appliquant th.des Accroissements finis à la fonction f sur l'intervalle $[x, x+1]$ ($x > 0$) :

0,5 pt

$$\exists c \in]x, x+1[, \quad f(x+1) - f(x) = f'(c) = \frac{1}{c}$$

....

Comme $c \in]x, x+1[$ alors $\frac{1}{x+1} < f(x+1) - f(x) = \frac{1}{c} < \frac{1}{x}$

0,5 pt

- 3 -

Il s'ensuit que :
$$h^{(2)}(x) = \begin{cases} e^x & si \quad x > 0 \\ 1 & si \quad x \leq 0 \end{cases}$$

qui est continue en zéro.
Par conséquent h est de classe C^2 sur $\mathbb{R} \Leftrightarrow \lambda = 1, \ \beta = 1 \ et \ \alpha = \frac{1}{2}$

(b) Pour $\lambda = \beta = 1$ et $\alpha = \frac{1}{2}$, on a :
$$h^{(2)}(x) = \begin{cases} e^x & si \quad x > 0 \\ 1 & si \quad x \leq 0 \end{cases}$$

1 pt

qui n'est pas dérivable en zéro, donc $h^{(3)}(0)$ n'existe pas donc h n'est pas de classe C^3 sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4

1) (i) Ecrire le développement limité au voisinage de $y_0 = 0$ à l'ordre 4 (DL_0^4) de la fonction $y \to cos(y)$.

(ii) Ecrire le développement limité au voisinage de $u_0 = 0$ à l'ordre 2 (DL_0^2) de la fonction $u \to \sqrt{1+u}$.

2) Donner le développement limité au voisinage de $x_0 = \frac{\pi}{2}$ à l'ordre 4 ($DL_{\frac{\pi}{2}}^4$) de la fonction $g(x) = \sqrt{sin(x)}$.

Réponse 4

1) (i)

0,5 pt

$$DL_0^4 \quad cos(y) = 1 - \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{24} + o(y^4)$$

(ii)

0,5 pt

$$DL_0^2 \quad \sqrt{1+u} = 1 + \frac{1}{2}u - \frac{1}{8}u^2 + o(u^2)$$

2) On pose $y = x - x_0 = x - \frac{\pi}{2}$ alors pour déterminer le$DL_{\frac{\pi}{2}}^4$ de la fonction $g(x) = \sqrt{sin(x)}$, on est ramené à déterminer le DL_0^4 de la fonction $k(y) = g(y + \frac{\pi}{2}) = \sqrt{cos(y)}$.

0,5 pt

Comme $DL_0^4 \ cos(y) = 1 - \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{24} + o(y^4)$
et que $DL_0^2 \quad \sqrt{1+u} = 1 + \frac{1}{2}u - \frac{1}{8}u^2 + o(u^2)$

1 pt

Il s'ensuit, en remplaçant u par $(-\frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{24})$, que le
$DL_0^4 \quad \sqrt{cos(y)} = 1 - \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{96}y^4 + o(y^4)$.
Et donc

1,5 pt →
$$DL_{\frac{\pi}{2}}^4 \quad g(x) = \sqrt{sin(x)} = 1 - \frac{(x-\frac{\pi}{2})^2}{4} - \frac{(x-\frac{\pi}{2})^4}{96} + o((x - \frac{\pi}{2})^4)$$

- 4 -

(ii) Pour $x > 0$, déterminons g' et h' :

1 pt

$$g'(x) = [xln(1+\frac{1}{x})]'e^{xln(1+\frac{1}{x})} = [ln(1+x) - ln(x) - \frac{1}{1+x}]e^{xln(1+\frac{1}{x})} > 0, \quad d'apres \ (i)$$

Donc g est strictement croissante.

....

$$h'(x) = [(1+x)ln(1+\frac{1}{x})]'e^{(1+x)ln(1+\frac{1}{x})} = [ln(1+x) - ln(x) - \frac{1}{x}]e^{xln(1+\frac{1}{x})} < 0, \quad d'apres \ (i)$$

1 pt

Donc h est strictement décroissante.

(iii)

0,5 pt

$$\lim_{x\to 0^+} g(x) = \lim_{x\to 0^+} e^{xln(1+\frac{1}{x})} = \lim_{y\to+\infty} e^{\frac{ln(1+y)}{y}} = 1$$

....

0,5 pt

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{t\to 0^+} e^{\frac{ln(1+t)}{t}} = e$$

(iv)

0 pt ou 1,5 pt

L'équation $g(x) = 2$ admet **Une seule** solution(s).
Justification : La fonction g est Strictement monotone, continue sur $]0,+\infty[$ et à valeurs dans $]1, e[$ donc g est bijective, il s'ensuit que , l'équation $g(x) = 2$ admet une solution unique dans $]0,+\infty[$.

La justification est obligatoire !!!

Exercice 3

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = \begin{cases} e^x \ si \ x > 0 \\ \alpha x^2 + \beta x + \lambda \ si \ x \leq 0 \end{cases}$$

(a) Déterminer les constantes α, β et λ pour que h soit une fonction de classe C^2 sur $\mathbb{R}$.

(b) Pour ces valeurs de α, β et λ, h est elle de classe C^3 sur $\mathbb{R}$?

Réponse 3

0,5 pt → (a) (-) Sur $\mathbb{R}^*$, h est de classe C^2 $\forall\alpha, \ \beta, \ \lambda$.

(-) En zéro :

0,5 pt → (*) La continuité de h en zéro $\Rightarrow \lambda = 1$

0,5 pt → (*) La dérivabilité de h en zéro $\Rightarrow \beta = 1$

1 pt → (*) La dérivabilité de h' en zéro $\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$

Note à saisir (au plus tard) le Mercredi 13
Merci

Université Cadi-Ayyad
Faculté des Sciences Semlalia
Département de Mathématiques

Module Analyse I
Filière SMPC
2015-2016

Contrôle d'Analyse I Durée : $2h$

Nom :	**Prénom :**	**Note**
Numéro de table :	**Numéro apogée :**	

Exercice 1 Cocher la bonne (une seule) réponse.

(Q$_1$) Soit (u_n) la suite définie par $u_n = 2n + (-1)^n$.La suite (u_n) est : **(1 pt)**

decroissante	*non monotone*	*croissante*	*bornée*
		×	

(Q$_2$) Soit (v_n) la suite Arithmétique de raison $r = 2$ et de premier terme $v_0 = 1$, la somme :

$$S_{n+1} = v_0 + v_1 + \dots + v_n =$$

(1 pt)

$\frac{n(n+1)}{2}$	$n(n+1)$	$\frac{n(2n+1)}{2}$	$(n+1)^2$
			×

(Q$_3$) Soit (w_n) la suite définie par : $w_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}$

$$\lim_{n\to+\infty} w_n =$$

(1 pt)

$+\infty$	1	0	$\frac{1}{2}$
×			

(Q$_4$) Soit (z_n) la suite convergente définie par : $z_0 = 0 \quad et \quad z_{n+1} = \sqrt{12 + z_n}$

$$\lim_{n\to+\infty} z_n =$$

(1 pt)

3	4	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$
	×		

~~**(Q$_5$)** Soit~~ f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$, le domaine de définition de f est :

(1 pt)

$\mathbb{R} \setminus \{1\}$	$]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$	$]1, +\infty[$	$]-\infty, -1]\cup]1, +\infty[$
			×

$(\mathbf{Q}_6)$ L'équation $\sin(\frac{\pi}{2}x) + x^3 + 1 = 0$ admet une solution dans l'intervalle : **(1 pt)**

$]3,4[$	$]-2,-1[$	$]1,2[$	$]-1,0[$
			×

$(\mathbf{Q}_7)$ La tangente à la courbe de la fonction $g(x) = Arccos(x) - ln(1+x)$ au point $A(0, g(0))$ est **(1 pt)**

$y = -2x + 1$	$y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}$	$y = -2x + \frac{\pi}{2}$	$y = \frac{-x}{2} + 1$
		×	

$(\mathbf{Q}_8)$ Soit $h(x) = 2Arctg(x) - \frac{x^2+1}{2}$.Pour la fonction h le point $B(1, \frac{\pi}{2} - 1)$ **(1 pt)**

(1) est un minimum local de la fonction h.

(2) est un point d'inflexion de la fonction h.

× (3) est un maximum local de la fonction h.

(4) n'est pas un point critique de la fonction h.

$(\mathbf{Q}_9)$ Le développement limité au voisinage de zéro à l'ordre trois de la fonction $g(x) = \frac{x}{cos(x)}$ est : **(1 pt)**

$x + \frac{x^3}{2} + x^3\epsilon(x)$	$x^2 + \frac{x^3}{2} + x^3\epsilon(x)$	$1 + \frac{x^2}{2} + x^3\epsilon(x)$	$x + \frac{x^2}{2} + x^3\epsilon(x)$
×			

$(\mathbf{Q}_{10})$ Soit $f(x) = (2+x)e^{\frac{1}{x}}$, la courbe (C_f) admet une asymptôte au voisinage de $+\infty$ d'équation : **(1 pt)**

$y = x + 1$	$y = x + 3$	$y = 2x + 1$	$y = 2x + 3$
	×		

Exercice 2 Soit f la fonction dont le développement de Mac-Laurin à l'ordre trois s'écrit :

$$f(x) = -1 + (a-1)(a+3)x + (a-1)x^2 - x^3 + \frac{x^4}{4!}f^{(4)}(\theta x), \quad avec \quad \theta \in]0,1[$$

1) Déterminer $f^{(k)}(0)$ pour $k = 1, \; 2, \; 3.$

2) Pour quelles valeurs de a, $B(0,-1)$ est un point critique de la fonction f ?

3) Pour chacune de ces valeurs, préciser la nature du point $B(0,-1)$.

Réponses :

1) :

$f'(0) = (a-1)(a+3)$, **(0,5 pt)**

$f^{(2)}(0) = 2(a-1)$, **(0,5 pt)**

$f^{(3)}(0) = -6$, **(0,5 pt)**

12

2) $B(0,-1)$ est un point critique si et seulement si :

$$f'(0) = 0 \Leftrightarrow (a-1)(a+3) = 0 \Leftrightarrow a \in \{-3, 1\}$$

(0,5 pt)

3) :

(i) Pour $a = -3$, nous avons $f''(0) = -8 < 0$, par conséquent en $B(0,-1)$ il y a un maximum local.

(1 pt)

(ii) Pour $a = 1$, nous avons $f''(0) = 0$ et $f^{(3)}(0) = -6 \neq 0$, par conséquent en $B(0,-1)$ il y a un point d'inflexion.

(1 pt)

Exercice 3

1) a) Ecrire le développement limité à l'ordre trois au voisinage de zéro (DL_0^3) de la fonction $u(x) = \frac{x}{x+1}$.

b) En déduire : le DL_0^3 de $f(x) = Arctg(\frac{x}{x+1})$ puis le DL_0^2 de $g(x) = \frac{1}{x}Arctg(\frac{x}{x+1})$.

(On rappelle que le DL_0^3 de $Arctg(y) = y - \frac{y^3}{3} + y^3\epsilon(y)$, $\quad avec \quad \lim_{y\to 0}\epsilon(y) = 0$)

2) On considère, pour $x \in]-1, +\infty[$, la fonction h définie par :

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}Arctg(\frac{x}{x+1}) & si \quad x \neq 0 \\ 1 & si \quad x = 0 \end{cases}$$

(i) h est elle continue sur $]-1, +\infty[$? Justifier.

(ii) h est elle dérivable sur $]-1, +\infty[\setminus\{0\}$? Justifier.

(iii) Calculer, si elle existe, $h'(0)$ (on pourra utiliser la première question).

Réponses :

1) :

$x^n\epsilon(x) = o(x)$ avec $\lim_{x\to 0}\epsilon(x) = 0$

a) En utilisant une des opérations sur les DL, nous avons :

$$DL_0^3 \quad u(x) = x - x^2 + x^3 + x^3\epsilon(x) \quad avec \quad \lim_{x\to 0}\epsilon(x) = 0$$

(1 pt)

b)

En utilisant le DL de la composée, nous avons :

$$DL_0^3 \quad f(x) = (x - x^2 + x^3) - \frac{1}{3}(x - x^2 + x^3)^3 + x^3\epsilon(x) = x - x^2 + \frac{2}{3}x^3 + x^3\epsilon(x)$$

Avec

$$\lim_{x\to 0}\epsilon(x) = 0$$

(1 pt)

$$DL_0^2 \quad g(x) = \frac{1}{x}(x - x^2 + \frac{2}{3}x^3 + x^3\epsilon(x)) = 1 - x + \frac{2}{3}x^2 + x^2\epsilon(x)$$

Avec

$$\lim_{x\to 0}\epsilon(x) = 0$$

(0,5 pt)

Question 5: Le domaine de définition de la fonction f définie par: $f(x)=Arc\cos\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$

est: a- IR b- $[-1;1]$ c- $[0;\pi]$ d- $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

Question 6: Soit f la fonction définie par: $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x^2+x^4}}{x} & \text{si } x<0\\ \frac{\sin(ax)}{x^2+2x} & \text{si } x>0\end{cases}$ où $a\in IR$.

Pour quelle valeur de a, f admet-elle un prolongement par continuité en $x=0$?

a- $a=1$ b- $a=-1$ c- $a=\frac{-\pi}{2}$ d- $a=-2$

Question 7: Soit f la fonction définie par: $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}-\frac{1}{shx} & \text{si } x\neq 0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases}$ alors $f'(0)$:

a- n'existe pas b- vaut 0 c- vaut $\frac{1}{6}$ d- vaut $\frac{1}{3}$

Question 8: Soit f la fonction définie sur IR par: $f(x)=x-\cos\left(\frac{x}{2}\right)$ alors :

a- f est strictement décroissante. c- f est positive sur IR.

b- $\forall x\in IR \quad f(x)\neq 0$. d- L'équation $f(x)=0$ admet une unique solution.

Question 9: Le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de $x_0=5$ de la fonction $f(x)=Lnx$ est :

a- $Ln5+\frac{(x-5)}{5}-\frac{(x-5)^2}{50}+o((x-5)^2)$. b- $Ln5-\frac{(x-5)}{5}+\frac{(x-5)^2}{50}+o((x-5)^2)$.

c- $Ln5+\frac{(5-x)}{5}-\frac{(5-x)^2}{50}+o((5-x)^2)$. d- $Ln\frac{1}{5}+\frac{(5-x)}{5}-\frac{(5-x)^2}{50}+o((5-x)^2)$

Question 10: Soit Γ la courbe paramétrée par la fonction vectorielle $\gamma:t\mapsto\gamma(t)=(t^2;t^3+1)$. Le point $M_0(0;1)$ correspondant au paramètre $t=0$ est un point :

a- D'inflexion c- De rebroussement de première espèce.

b- De rebroussement de deuxième espèce. d- Non stationnaire.

Exercice 1 : (4 points) Soit f la fonction définie sur $[0;1]$ par: $f(x)=\frac{x^2}{2-x^2}$ et soit $(u_n)_n$ la suite récurrente définie par : $\begin{cases}u_0\in]0;1[\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$.

1°) Vérifier que f est strictement croissante et que $f(x)-x\leq 0$.

....

....

....

....

....

....

2°) Montrer que $\forall n\in IN \quad 0<u_n<1$.

....

....

....

....

....

3°) Montrer que $(u_n)_n$ est strictement monotone.

....

....

....

....

4°) Montrer que $(u_n)_n$ est convergente et donner sa limite en justifiant.

....

....

....

....